



CONCURSUL JUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ”NICU ŞERBAN”
EDIŢIA a X-a, 19 noiembrie 2022
CLASA a VII-a

SUBIECTUL I (40 puncte)

1. Fie numerele raţionale: $a = 30 - 5 \cdot [40 : (-8) - 2 \cdot (5 - 10)]$ şi

$$b = \left\{ 3 + 6 \cdot \left[\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{7} \right) : \left(-\frac{22}{7} \right) \right] \right\} : 5. \text{ Arătaţi că } a = b \cdot 5$$

2. Determinaţi numărul x care verifică egalitatea:

$$\frac{1}{2022} \cdot \left\{ \frac{1}{2022} \cdot \left[\frac{1}{2022} \cdot \left(\frac{1}{2022} \cdot x + 2021 \right) + 2021 \right] + 2021 \right\} - 1 = 0$$

SUBIECTUL II (30 puncte)

1. Determinaţi numerele naturale a, b, c ştiind că satisfac simultan condiţiile:

a) $a + b; a + c$ şi $b + c$ sunt direct proporţionale cu 5, 6 şi 7

b) $\frac{2022 \cdot a - b}{2022 \cdot c - 6} = \frac{1}{2}$

2. Considerăm numerele naturale nenule x şi y astfel încât: $\frac{2x-3y}{x-2y+2} = 1$. Demonstraţi că:

$5^x + 5^y$ este divizibil cu 13.

SUBIECTUL III (20 puncte)

În triunghiul dreptunghic ABC, cu $\sphericalangle A = 90^\circ$ şi $\sphericalangle B = 30^\circ$, se duce bisectoarea CD, $D \in AB$. Din D se duce perpendiculara $DM \perp BC$, $M \in BC$, iar prin M se duc paralelele $MN \parallel AC$ şi $MP \parallel AB$, $N \in AC$ şi $P \in AC$. Arătaţi că:

a) ANMP este dreptunghi;

b) $NP = 2 \cdot MN$

Notă:

- *Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Timp de lucru 2 ore.*
- *Se acordă 10 puncte din oficiu.*



CONCURSUL JUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ”NICU ŞERBAN”

EDIŢIA a X-a, 19 noiembrie 2022

CLASA a VII-a

Barem de corectare

SUBIECTUL I.1

$a = 30 - 5 \cdot [-5 - 2 \cdot (-5)] =$	3p
$30 - 5 \cdot (-5 + 10) =$	2p
$30 - 5 \cdot (+5) =$	2p
$30 - 25 = 5$	1p
$b = \left\{ 3 + 6 \cdot \left[\frac{2}{3} + \left(\frac{7}{21} + \frac{15}{21} \right) : \left(-\frac{22}{7} \right) \right] \right\} : 5 =$	3p
$\left[3 + 6 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{22}{21} \cdot \frac{7}{22} \right) \right] : 5 =$	3p
$\left[3 + 6 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) \right] : 5 =$	2p
$\left(3 + 6 \cdot \frac{1}{3} \right) : 5 =$	2p
$(3 + 2) : 5 = 1$	1p
$5 = 5 \cdot 1 \Rightarrow a = 5 \cdot b$	1p

SUBIECTUL I.2

$\frac{1}{2022} \cdot \left\{ \frac{1}{2022} \cdot \left[\frac{1}{2022} \cdot \left(\frac{1}{2022} \cdot x + 2021 \right) + 2021 \right] + 2021 \right\} = 1$	3p
$\frac{1}{2022} \cdot \left[\frac{1}{2022} \cdot \left(\frac{1}{2022} \cdot x + 2021 \right) + 2021 \right] + 2021 = 2022$	3p
$\frac{1}{2022} \cdot \left[\frac{1}{2022} \cdot \left(\frac{1}{2022} \cdot x + 2021 \right) + 2021 \right] = 1$	3p
$\frac{1}{2022} \cdot \left(\frac{1}{2022} \cdot x + 2021 \right) + 2021 = 2022$	3p
$\frac{1}{2022} \cdot \left(\frac{1}{2022} \cdot x + 2021 \right) = 1$	2p
$\frac{1}{2022} \cdot x + 2021 = 2022$	2p
$\frac{1}{2022} \cdot x = 1$	2p
$x = 2022$	2p

.SUBIECTUL II.1

$\frac{a+b}{5} = \frac{a+c}{6} = \frac{b+c}{7} = k$	2p
$a+b = 5k; a+c = 6k; b+c = 7k$	2p
$a+b+c = 9k$	3p
$a = 2k; b = 3k; c = 4k$	2p
$\frac{2022 \cdot 2k - 3k}{2022 \cdot 4k - 6} = \frac{1}{2}$	2p
$8088k - 6k = 8088k - 6$	2p
$k = 1$	1p
$a = 2; b = 3; c = 4$	1p

SUBIECTUL II.2

$2x - 3y = x - 2y + 2$	3p
$x = y + 2$	3p
$5^x + 5^y = 5^{y+2} + 5^y =$	5p
$5^y \cdot (5^2 + 1) = 5^y \cdot 26 =$	2p
$5^y \cdot 2 \cdot 13 : 13$	2p

SUBIECTUL III.1

Realizarea figurii:		4p
a) $MN \parallel AC$ și $P \in AC \Rightarrow MN \parallel AP$ (1)	1p	
$MP \parallel AB$ și $N \in AB \Rightarrow MP \parallel AN$ (2)	1p	
din (1) și (2) $\Rightarrow ANMP$ este paralelogram. Pentru că $\sphericalangle PAN = 90^\circ$ $\Rightarrow ANMP$ este dreptunghi	2p	
b) $ANMP$ – dreptunghi $\Rightarrow PN = AM$; (3)	2p	
demonstrează că $\triangle DBC$ isoscel de bază BC	2p	



SUBIECTUL III.2

ΔDBC isoscel de bază BC , cu DM înălţime $\Rightarrow DM$ mediană $\Rightarrow M$ este mijlocul lui BC	2p
Aplică în ΔCAB ($\sphericalangle A = 90^\circ$), teorema medianei $\Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = MB$	2p
Aplică teorema $\sphericalangle 30^\circ$ în ΔMNB ($\sphericalangle N = 90^\circ$) $\Rightarrow MB = 2MN$	2p
$\left\{ \begin{array}{l} AM = 2MN \\ (3) \quad \Rightarrow PN = 2MN \end{array} \right.$	2p

Oficiu: 10p

Orice variantă corectă de rezolvare va fi punctată.