LICEUL TEHNOLOGIC „MIHAI BUSUIOC”
Tel: 0232/766909; Tel/Fax: 0232/740764
e-mail: gmihaibusuioc@yahoo.com

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN
IAŞI

CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ “NICU ȘERBAN”
EDIȚIA A VIII-A - 10 NOIEMBRIE 2018

CLASA A VII-A

SUBIECTUL I (40 puncte)

1. Calculați:
   a) $(-2)^9 : (-2)^7 + (-5)^8 \cdot (+5)^4 : (-5)^{11} + (-1)^{99} + (-1)^{2018}$.
   b) $(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^{n+3} + (-1)^{n+4}$; unde $n \in \mathbb{N}$.

2. Fie numărul
$$A = \left(\frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 7} + \ldots + \frac{1}{73\cdot 75}\right) + \left(\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{74\cdot 75}\right).$$
Arătați că numărul $75\cdot A + 10$ este pătrat perfect.

SUBIECTUL II (25 puncte)

1. Dacă $\dfrac{a}{b+c} = \dfrac{b}{a+c} = \dfrac{c}{a+b}$, calculați $\dfrac{a^2 + 2\cdot b^2 + 3\cdot c^2}{4\cdot a\cdot b + 5\cdot b\cdot c + 6\cdot c\cdot a}$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația
$$\overline{0,x(y)} + \overline{0,y(x)} = 0,(3).$$

SUBIECTUL III (25 puncte)

1. Fie triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle CAB) = 90°$, $AB = 4\,cm$, $AC = 8\,cm$. Dacă E este mijlocul segmentului AC și F este simetricul lui A față B, atunci arătați că:
   a) $[EF] \equiv [BC]$.
   b) $[BO] \equiv [OE]$, unde $\{O\} = BC \cap EF$.

2. Triunghiul ABC este dreptunghic în A,(fig. 1), astfel încât $AB = 2\cdot AC$. Dacă triunghiul ABD este dreptunghic și isoscel în D, astfel încât D și C să se afle în semiplane opuse față de dreapta AB, să se arate că $AC = 2\cdot AO$, unde $\{O\} = AB \cap CD$.

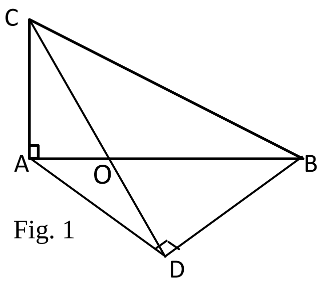


Fig. 1

NOTĂ:
1. Timp de lucru 2 ore.
2. Toate subiectele sunt obligatorii.
3. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Succes!

Subiectele au fost propuse de: prof. Brădățeanu Corneliu – Liceul Teoretic “M. Costin”, Pașcani
prof. Gheorghe Iacob – Liceul Tehnologic “Mihai Busuioc”, Pașcani

“Matematematică, matematică, matematică,... ..
Atâta matematică ? Nu! Mai multă! ”
(Grigore Moisil)

BAREM DE CORECTARE

CLASA A VII-A

SUBIECTUL I (40 puncte)

1. a) $(-2)^2+(5)^8\cdot(5)^4:(-5)^{11}+(-1)^{99}+(-1)^{2018}=$ ……………………………………4 p

$4+(5)^{12}:(-5)^{11}-1+1=$ ……………………………………………4 p

$4-5-1+1=-1$ ……………………………………………2 p

b) $(-1)^n+(-1)^n\cdot(-1)^1+(-1)^n\cdot(-1)^3+(-1)^n\cdot(-1)^4=$ ……………………………5 p

$(-1)^n(1-1-1+1)=0$ ……………………………………………5 p

2. $\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+...+\frac{1}{73\cdot75}=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{1\cdot3}+\frac{2}{3\cdot5}+\frac{2}{5\cdot7}+...+\frac{2}{73\cdot75}\right)=$ ……………………5 p

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+...+\frac{1}{73}-\frac{1}{75}\right)=$ ……………………………3 p

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{75}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{74}{75}=\frac{37}{75}$ ……………………………………2 p

$\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+...+\frac{1}{74\cdot75}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+...+\frac{1}{74}-\frac{1}{75}=$ …………4 p

$\frac{1}{1}-\frac{1}{75}=\frac{74}{75}$ ……………………………………………… 2 p

$A=\frac{37}{75}+\frac{74}{75}=\frac{111}{75}$ ……………………………………………… 2 p

$75\cdot A+10=75\cdot\frac{111}{75}+10=121=11^2$ este pătrat perfect ……………………………… 2 p

SUBIECTUL II (25 puncte)

1. $\frac{a}{b+c}=\frac{b}{a+c}=\frac{c}{a+b}=\frac{a+b+c}{2a+2b+2c}=\frac{1}{2}$ ……………………………………3 p

$b+c=2a;\quad a+c=2b;\quad a+b=2c$ ……………………………………3 p

Deduce că a=b=c……………………………………………………5 p

$\frac{a^2+2\cdot b^2+3\cdot c^2}{4ab+5bc+6ac}=\frac{6a^2}{15a^2}=\frac{2}{5}$ ……………………………………2 p

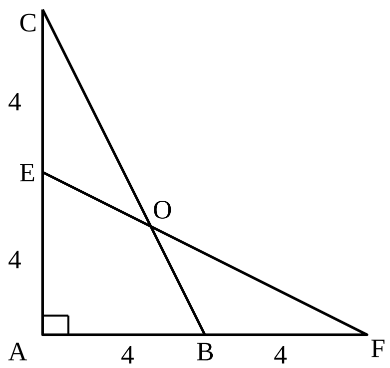
2. $\overline{0,x(y)}+\overline{0,y(x)}=\frac{\overline{xy}-x}{90}+\frac{\overline{yx}-y}{90}$ ……………………………………4 p

Ecuația devine $x+y=3$ ……………………………………………4 p

Finalizare: x=0, y=3; x=1, y=2; x=2, y=1; x=3, y=0……………………………4 p

SUBIECTUL III (25 puncte)

1.



Construirea figurii……………………………………………………3 p

a) $Fie \begin{array}{l} \Delta EAF \\ si \\ \Delta BAC \\ (dreptunghice) \end{array} \left| \begin{array}{l} [EA] \equiv [BA] \\ [AC] \equiv [AF] \end{array} \right\} \overset{c.c.}{\Rightarrow} \Delta EAF \equiv \Delta BAC \Rightarrow [EF] \equiv [BC]$ ………………..5 p

b) $Fie \begin{array}{l} \Delta BOF \\ si \\ \Delta EOC \end{array} \left| \begin{array}{l} \sphericalangle(EFA) \equiv \sphericalangle(BCA)\ (din\ congruenta\ anterioara) \\ [BF] \equiv [EC] \\ \sphericalangle(COE) \equiv \sphericalangle(FOB)\ (unghiuri\ opuse\ la\ \text{varf}) \end{array} \right\} \overset{L.U.U.}{\Rightarrow}$

$\Delta BOF \equiv \Delta EOC \Rightarrow [OB] \equiv [OE]$ ………………………………………………………..5 p

2.

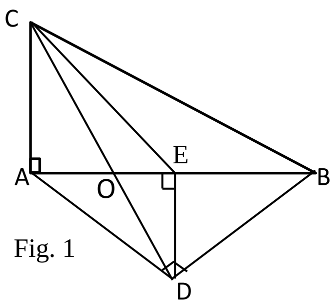


Fig. 1

Fie $DE \perp AB;\quad E \in (AB),$ cum $CA \perp AB \Rightarrow CA \parallel ED;$ (1)…………………………...……….3 p

ΔADB dreptunghic în D și isoscel $\Rightarrow DE$ - mediană $\Rightarrow DE = AE = EB;$ (2)……...……….3 p

Din ipoteză $AB = 2 \cdot AC \overset{(2)}{\Rightarrow} AC = DE;$ (3)……………………………………………………1 p

Din (1) și (3) $\Rightarrow CADE$ - paralelogram……………………..……………..……………1 p

$\left. \begin{array}{l} AB = 2AC \\ E - mijloc[AB] \end{array} \right| \Rightarrow AC = AE;$ (4)…………………………...……………………………..1 p

$CADE$ – paralelogram $\Rightarrow AO = OE = \dfrac{AE}{2}; \Rightarrow AE = 2AO;$ (5)…………………………..…2 p

Din (4) și (5) $\Rightarrow AC = 2 \cdot AO$ ……………………………………………………………..1 p

Oficiu……………………………………………………………………………..……..……..10 p

NOTĂ: Orice metodă corect rezolvată se punctează maxim.