



CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ”NICU ȘERBAN”
EDIȚIA a XI-a, 11 noiembrie 2023
CLASA a VI-a

SUBIECTUL I (30 puncte)

- Se dau numere: $x = [3^{61} \cdot 9^{30} + (5^6)^7 \cdot (5^5)^8] : 2^2 \cdot 3 - 3$ și
 $y = 100 : \{23 + 34 : [(2 \cdot 3^2)^2 : 18 - 2023^0 \cdot 1^{2023}]\} \cdot 3$. Comparați 3^x și 5^y .
- Arătați că numărul:
 $A = \frac{2023}{1012} \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 1010 + 1011) \cdot \left(\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{2}{2021 \cdot 2023}\right)$ este pătrat perfect.

SUBIECTUL II (30 puncte)

- Fie mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N}^* / x^2 \leq 36\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} / x^3 \leq 64\}$
Calculați $A \cup B$; $A \cap B$; $A \setminus B$ și $B \setminus A$.
- Alesia trebuie să împartă 60 de banane, 120 de portocale și 90 de caise în mai multe pachete identice: toate pachetele conțin același număr de banane, același număr de portocale și același număr de caise. În plus, fiecare pachet trebuie să conțină cel mult 5 banane. Câte pachete poate face Alessia și ce conține fiecare pachet?

SUBIECTUL III (30 puncte)

- Să se scrie sub formă de fracție zecimală numărul:
 $A = \frac{1}{a+1} + \overline{0, b(c)}$ știind că $\overline{abc1} = 3 \cdot \overline{2abc}$
- Considerăm unghiul AOB și unghiul COD, interior unghiului AOB, astfel încât $\widehat{AOB} = 120^\circ$ și $\widehat{COD} = 60^\circ$, iar semidreapta OD este interioară unghiului AOC.
Determinați măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor AOD și BOC.

Notă:

- *Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Timp de lucru 2 ore.*
- *Se acordă 10 puncte din oficiu.*

Subiectele au fost elaborate de:
Prof. IACOB GHEORGHE – Lic. Tehn. ”M. Busuioc”
Prof. CRĂCIUN DORIN – C.N ”M. Sadoveanu”



CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ”NICU ȘERBAN”

EDIȚIA a XI-a, 11 noiembrie 2023

CLASA a VI-a

Barem de corectare

SUBIECTUL I.1

$x = [3^{61} : (3^2)^{30} + 5^{42} : 5^{40}] : 4 \cdot 3 - 3 =$	2p
$(3^{61} : 3^{60} + 5^2) : 4 \cdot 3 - 3 =$	1p
$(3 + 25) : 4 \cdot 3 - 3 =$	1p
$28 : 4 \cdot 3 - 3 = 7 \cdot 3 - 3 =$	1p
$21 - 3 = 18$	1p
$y = 100 : [23 + 34 : (18^2 : 18 - 1 : 1)] \cdot 3 =$	1p
$100 : [23 + 34 : (18 - 1)] \cdot 3 =$	1p
$100 : (23 + 2) \cdot 3 = 100 : 25 \cdot 3 =$	1p
$4 \cdot 3 = 12$	1p
$3^x = 3^{18} = 3^{3 \cdot 6} = (3^3)^6 = 27^6$	2p
$5^y = 5^{12} = 5^{2 \cdot 6} = (5^2)^6 = 25^6$	2p
$27 > 25 \Rightarrow 27^6 > 25^6 \Rightarrow 3^x > 3^y$	1p

SUBIECTUL I.2

$A = \frac{2023 \cdot 1011 \cdot 1012}{1012} \cdot \frac{1011 \cdot 1012}{2} \cdot \left(\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{2}{2021 \cdot 2023} \right) =$	3p
$\frac{2023 \cdot 1011}{2} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} \right) =$	4p
$\frac{2023 \cdot 1011}{2} \cdot \left(\frac{\binom{2023}{1}}{1} - \frac{1}{2023} \right) =$	3p
$\frac{2023 \cdot 1011}{2} \cdot \frac{2022^{1011}}{2023} =$	3p
$= 1011^2 - \text{este pătrat perfect}$	2p

SUBIECTUL II.1

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	3p
----------------------------	----



$B = \{0,1,2,3,4\}$	4p
$A \cup B = \{0,1,2,3,4,5,6\}$	2p
$A \cap B = \{1,2,3,4\}$	2p
$A \setminus B = \{5,6\}$	2p
$B \setminus A = \{0\}$	2p

SUBIECTUL II.2

Notăm cu n numărul de pachete identice	1p
$\begin{cases} 60:n = c_1 \\ 120:n = c_2 \\ 90:n = c_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 60 = n \cdot c_1 \\ 120 = n \cdot c_2 \\ 90 = n \cdot c_3 \end{cases}$	4p
$\begin{cases} c_1 - \text{număr de banane dintr – un pachet} \\ c_2 - \text{număr de portocale dintr – un pachet} \\ c_3 - \text{număr de caise dintr – un pachet} \end{cases}$	
Calculează c. m. m. d. c $(60,90,120) = 30$	4p
$n \in D_{30} = \{1,2,3,5,6,10,15,30\}$	2p
Cum numărul de banane este cel mult 5 $\Rightarrow n \in \{15,30\}$	2p
Deci Alessia poate face: 15 pachete cu câte: 4 banane, 8 portocale și 6 caise fiecare 30 pachete cu câte: 2 banane, 4 portocale și 3 caise fiecare	2p

SUBIECTUL III.1

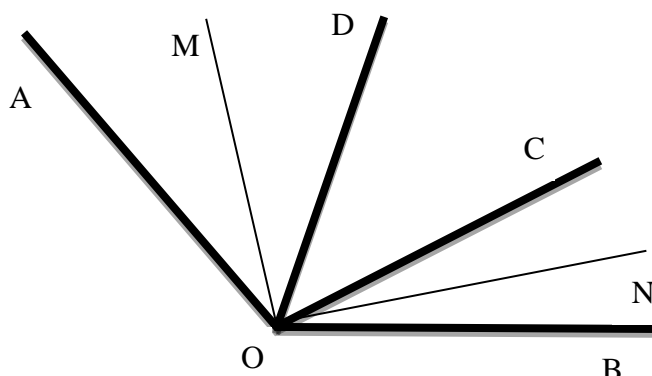
$\overline{abc}1 = 3 \cdot \overline{2abc} \Rightarrow 10 \cdot \overline{abc} + 1 = 3 \cdot (2 \cdot 1000 + \overline{abc}) \Rightarrow$	3p
$10 \cdot \overline{abc} + 1 = 6000 + 3 \cdot \overline{abc} \Rightarrow$	2p
$7 \cdot \overline{abc} = 5999 \Rightarrow$	2p
$\overline{abc} = 857 \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 5 \\ c = 7 \end{cases}$	2p
$A = \frac{1}{8+1} + 0,5(7) = \frac{1}{9} + \frac{57-5}{90} = \frac{{}^{10)}1}{9} + \frac{52}{90} =$	4p
$= \frac{62}{90} = 0,6(8)$	2p

SUBIECTUL III.2

--	--



Figura:



3p

Fie OM bisectoarea $\sphericalangle AOD \Rightarrow \sphericalangle AOM = \sphericalangle MOD = \frac{\sphericalangle AOD}{2}$

2p

Fie ON bisectoarea $\sphericalangle BOC \Rightarrow \sphericalangle BON = \sphericalangle NOC = \frac{\sphericalangle BOC}{2}$

2p

$\sphericalangle MON = \sphericalangle MOD + \sphericalangle DOC + \sphericalangle CON =$

2p

$= \frac{\sphericalangle AOD}{2} + 60^\circ + \frac{\sphericalangle BOC}{2} = 60^\circ + \frac{\sphericalangle AOD + \sphericalangle BOC}{2} =$

2p

$60^\circ + \frac{\sphericalangle AOB - \sphericalangle DOC}{2} = 60^\circ + \frac{120^\circ - 60^\circ}{2} =$

2p

$60^\circ + \frac{60^\circ}{2} = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle MON = 90^\circ$

2p

Oficiu: 10p

Orice variantă corectă de rezolvare va fi punctată.