



**CONCURSUL JUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ”NICU ŞERBAN”**  
**EDIŢIA a XI-a, 11 noiembrie 2023**  
**CLASA a VII-a**

**SUBIECTUL I (30 puncte)**

1. Să se afle  $x$  din egalitatea:

$$\frac{1}{7} \cdot \left\{ \frac{1}{6} \cdot \left[ \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot x + \frac{3}{4} \right) + \frac{4}{5} \right] + \frac{5}{6} \right\} + \frac{6}{7} = 1$$

2. Ştiind că:

$$\frac{5a + 4b}{5a + 7b} = \frac{2}{3}, \text{ calculaţi } \frac{b^2 - a^2}{2a^2 - 3ab + b^2}.$$

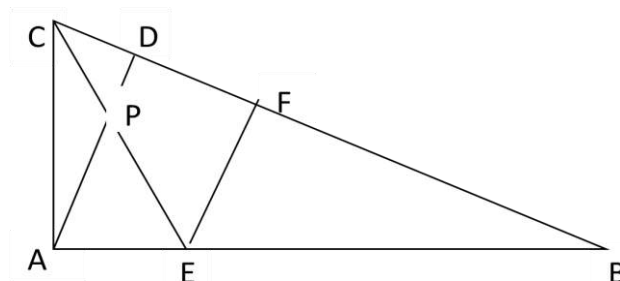
**SUBIECTUL II (30 puncte)**

1. a) Arătaţi că numărul:  $a = \sqrt{12 \cdot 2^n \cdot 8^n + 15 \cdot 2^n \cdot 8^{n+1} + 2^n \cdot 8^{n+2}}$  este număr natural par, pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ .
- b) Determinaţi cifrele distincte nenule  $x$  și  $y$  pentru care  $\sqrt{2, (x) + 3, (y)}$  este număr rațional.
2. Media aritmetică a cinci numere este 336. Primele trei numere sunt direct proporționale cu 2, 7, 12, iar ultimele trei sunt invers proporționale cu 3, 4, 10. Aflați numerele.

**SUBIECTUL III (30 puncte)**

Fie  $P$  intersecția înălțimii  $AD$  cu bisectoarea  $CE$  în triunghiul dreptunghic  $ABC$ ,  $\sphericalangle A = 90^\circ$ ,  $E \in AB$ ,  $D \in BC$  și  $EF \perp BC$ ,  $F \in BC$ . Arătați că:

- a) triunghiul  $AEP$  este isoscel;  
b)  $AEPF$  este romb.



**Notă:**

- *Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Timp de lucru 2 ore.*
- *Se acordă 10 puncte din oficiu.*

Subiectele au fost elaborate de:  
Prof. IACOB GHEORGHE – Lic. Tehn. ”M. Busuioc”  
Prof. CRĂCIUN ALINA – Lic. Teoretic ”Miron Costin”

**CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ”NICU ȘERBAN”****EDIȚIA a XI-a, 11 noiembrie 2023****CLASA a VII-a****Barem de corectare****SUBIECTUL I.1**

$\frac{1}{7} \cdot \left\{ \frac{1}{6} \cdot \left[ \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot x + \frac{3}{4} \right) + \frac{4}{5} \right] + \frac{5}{6} \right\} = 1 - \frac{6}{7}$	2p
$\frac{1}{6} \cdot \left[ \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot x + \frac{3}{4} \right) + \frac{4}{5} \right] + \frac{5}{6} = 1$	2p
$\frac{1}{6} \cdot \left[ \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot x + \frac{3}{4} \right) + \frac{4}{5} \right] = 1 - \frac{5}{6}$	2p
$\frac{1}{5} \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot x + \frac{3}{4} \right) + \frac{4}{5} = 1$	2p
$\frac{1}{5} \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot x + \frac{3}{4} \right) = 1 - \frac{4}{5}$	2p
$\frac{1}{4} \cdot x + \frac{3}{4} = 1$	2p
$\frac{1}{4} \cdot x = 1 - \frac{3}{4}$	2p
$x = 1$	1p

**SUBIECTUL I.2**

$3 \cdot (5a + 4b) = 2 \cdot (5a + 7b)$	2p
$15a + 12b = 10a + 14b$	2p
$5a = 2b \Leftrightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{5} = k \Rightarrow \begin{cases} a = 2k \\ b = 5k \end{cases}$	6p
$\frac{b^2 - a^2}{2a^2 - 3ab + b^2} = \frac{25k^2 - 4k^2}{8k^2 - 30k^2 + 25k^2} =$	3p
$= \frac{21k^2}{3k^2} = \frac{21}{3} = 7$	2p

**SUBIECTUL II.1**

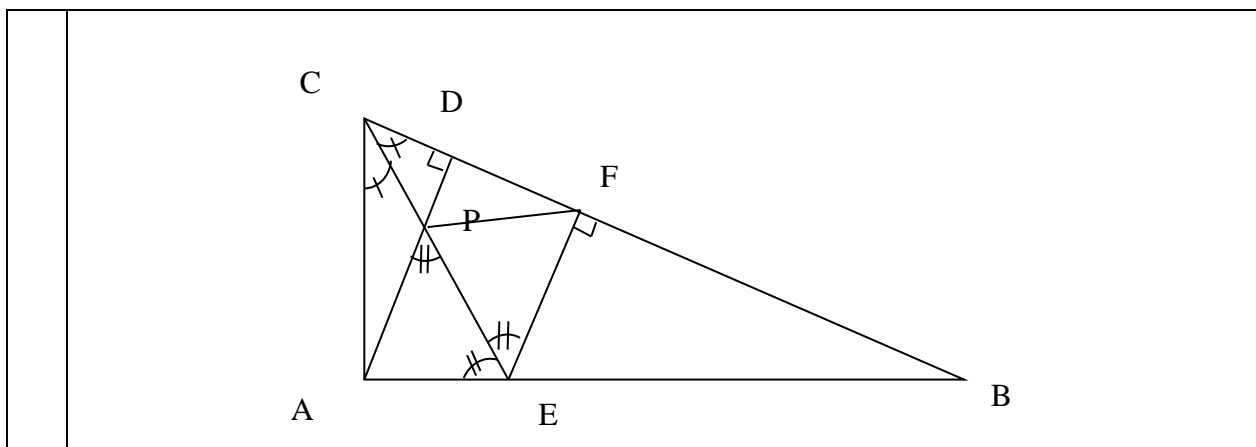
a)	$a = \sqrt{12 \cdot (16)^n + 15 \cdot 2^n \cdot 8^n \cdot 8 + 2^n \cdot 8^n \cdot 8^2} =$	3p
	$= \sqrt{12 \cdot (16)^n + 120 \cdot (16)^n + 64 \cdot (16)^n} =$	2p
	$= \sqrt{16^n(12 + 120 + 64)} = \sqrt{16^n \cdot 196} =$	2p
	$= \sqrt{(4^n)^2 \cdot 14^2} = \sqrt{(4^n \cdot 14)^2} =$	2p
	$= 4^n \cdot 14 \in N, \text{ număr par, } (\forall)n \in N$	1p



	$\sqrt{2, (x) + 3, (y)} = \sqrt{\frac{2x - 2}{9} + \frac{3y - 3}{9}} =$	3p
b)	$\sqrt{\frac{2 \cdot 10 + x - 2 + 3 \cdot 10 + y - 3}{9}} = \sqrt{\frac{45 + x + y}{9}} =$	2p
	$= \sqrt{\frac{45 + x + y}{9}} \in \mathbb{Q} \Rightarrow 45 + x + y = 49 \Rightarrow$	3p
	$\begin{cases} x + y = 4 \\ x \neq y \\ x, y \in \mathbb{N}^* \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \text{ sau } \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$	2p

**SUBIECTUL II.2**

$\frac{a + b + c + d + e}{5} = 336 \Rightarrow a + b + c + d + e = 1680$	1p
$\frac{a}{2} = \frac{b}{7} = \frac{c}{12} = k \Rightarrow \begin{cases} a = 2k \\ b = 7k \\ c = 12k \end{cases}$	2p
$3c = 4d = 10e$	2p
$36k = 4d = 10e \Rightarrow \begin{cases} d = 9k \\ e = \frac{36k}{10} = \frac{18k}{5} \end{cases}$	2p
$2k + 7k + 12k + 9k + \frac{18k}{5} = 1680 \Rightarrow {}^5)30k + \frac{18k}{5} = {}^5)1680$	1p
$168k = 8400 \Rightarrow k = 50$	1p
$a = 100; b = 350; c = 600; d = 450; e = 180$	1p

**SUBIECTUL III.1**



a)	$CE$ bisectoarea $\sphericalangle ACB \Rightarrow \sphericalangle ACE = \sphericalangle BCE$	2p
	$\left. \begin{array}{l} \text{Fie } \triangle CAE \text{ și } \triangle CFE(\text{drept}) \\ \left. \begin{array}{l} CE \equiv CE(\text{lat. comună}) \\ \sphericalangle ACE \equiv \sphericalangle FCE \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \triangle CAE \equiv \triangle CFE \end{array} \right\} \Rightarrow$	3p
	$\Rightarrow \sphericalangle CEA \equiv \sphericalangle CEF$ (1)	2p
	deoarece $AD \perp BC$ și $EF \perp BC \Rightarrow AD \parallel EF \cap CE \Rightarrow$	3p
	$\Rightarrow \sphericalangle PEF \equiv \sphericalangle EPA$ (alterne interne) (2)	3p
	din (1)și (2) $\Rightarrow \triangle APE$ isoscel de bază $PE$	2p
b)	$\triangle CAE \equiv \triangle CFE \Rightarrow AE \equiv EF$ (3)	2p
	$\triangle APE$ isoscel de bază $PE \Rightarrow AP \equiv AE$ (4)	2p
	din (3)și (4) $\Rightarrow AP \equiv EF$ și cum $AP \parallel EF \Rightarrow$	4p
	$AEPF$ – paralelogram cu $AP \equiv AE \Rightarrow$	4p
	$AEPF$ -romb	3p

Oficiu: 10p

Orice variantă corectă de rezolvare va fi punctată.