LICEUL TEHNOLOGIC „MIHAI BUSUIOC”
Ale.22 Decembrie,nr.80, mun.Paşcani, judeţul Iaşi
Tel: 0232/766909; Tel/Fax: 0232/740764
e-mail: *secretariat@licmihaibusuioc.ro*

MINISTERUL EDUCAȚIEI

CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ”NICU ȘERBAN”
EDIȚIA a XI-a, 11 noiembrie 2023
CLASA a VIII-a

<u>SUBIECTUL I</u> (30 puncte)

1. Fie numerele reale $a = \left(\frac{4}{\sqrt{3}} - \frac{7}{\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{6} + \left|12 - 7\sqrt{3}\right|$ și $b = \sqrt{6^2 + 8^2} - \frac{8}{\sqrt{2}}$
   a) Arătați că $a = 4(\sqrt{2} - 3)$
   b) Calculați $(a + b)^{10}$.
2. În cabinetul de matematică sunt tetraedre și cuburi din plastic care au, în total, 44 de vârfuri și 38 de fețe.
   a) Este posibil ca în cabinetul de matematică să fie 6 tetraedre și 3 cuburi? Justificați răspunsul dat.
   b) Află câte tetraedre și cuburi sunt în cabinetul de matematică.

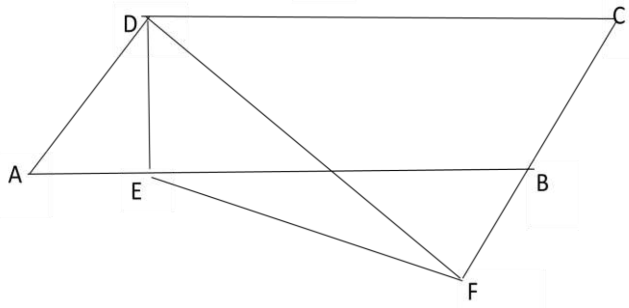
<u>SUBIECTUL II</u> (30 puncte)

1. a) Se consideră mulțimile $A = \{x \in Z / |x| < \sqrt{5}\}$ și $B = \{x \in Z / |x - 2| \leq \sqrt{3}\}$.
   Determinați $A \cup B$ și $A \cap B$.
   b)Dacă $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{y+3} + \frac{2}{z+5} = \frac{1}{3}$, $cu\ x, y, z \in R, x \neq -2, y \neq -3, z \neq -5.$

   Calculați: $\frac{x-1}{x+2} + \frac{y+1}{y+3} + \frac{z+3}{z+5}$
2. Rezolvați în R ecuația: $x + \frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} + \cdots + \frac{x+9}{10} = 10$

<u>SUBIECTUL III</u> (30 puncte)

1. În figura alăturată este reprezentat un paralelogram ABCD cu $AB = 12\sqrt{3}cm, BC = 12cm$ și $\sphericalangle A = 30^0$. Considerăm $DE \perp AB, E \in AB$ și $DF \perp BC$, punctul F se află pe prelungirea laturii BC.
   a) Determină măsura unghiului EDF.
   b) Calculează lungimea segmentului EF.



Notă:

- ***Toate subiectele sunt obligatorii.***
- ***Timp de lucru 2 ore.***
- ***Se acordă 10 puncte din oficiu.***

Subiectele au fost elaborate de:
Prof. IACOB GHEORGHE – Lic. Tehn. ”M. Busuioc”
Prof. CRĂCIUN DORIN – Colegiul Național ”M. Sadoveanu”

LICEUL TEHNOLOGIC „MIHAI BUSUIOC”
Ale.22 Decembrie,nr.80, mun.Paşcani, judeţul Iaşi
Tel: 0232/766909; Tel/Fax: 0232/740764
e-mail: *secretariat@licmihaibusuioc.ro*

CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ”NICU ȘERBAN”
EDIȚIA a XI-a, 11 noiembrie 2023
CLASA a VIII-a
Barem de corectare

SUBIECTUL I.1

a)	$\begin{cases} 12 = \sqrt{144} \\ 7\sqrt{3} = \sqrt{147} \end{cases} \Rightarrow \lvert 12 - 7\sqrt{3} \rvert = 7\sqrt{3} - 12$	2p
	$a = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{6} - \frac{7}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{6} + 7\sqrt{3} - 12 = 4\sqrt{2} - 7\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 12 =$	3p
	$= 4\sqrt{2} - 12 = 4(\sqrt{2} - 3)$	2p
b)	$b = \sqrt{36 + 64} - \frac{8\sqrt{2}}{2} =$	2p
	$= \sqrt{100} - 4\sqrt{2} = 10 - 4\sqrt{2}$	2p
	$(a + b)^{10} = \left(4\sqrt{2} - 12 + 10 - 4\sqrt{2}\right)^{10} =$	2p
	$= (-2)^{10} = 1024$	2p

SUBIECTUL I.2

a)	$\begin{cases} tetraedrul\ are\ 4\ vârfuri\ și\ 4\ fețe \\ cubul\ are\ 8\ vârfuri\ și\ 6\ fețe \end{cases}$	2p
	$6 \cdot 4 + 3 \cdot 8 = 24 + 24 = 48\ vârfuri\ \neq 44$	3p
	$nu\ este\ posibil\ să\ fie\ 6\ tetraedre\ și\ 3\ cuburi$	1p
b)	$notăm\ cu\ x\ nr\ de\ tetraedre\ și\ y\ nr\ de\ cuburi$	1p
	$\begin{cases} 4 \cdot x + 8 \cdot y = 44 \\ 4 \cdot x + 6 \cdot y = 38 \end{cases}$	4p
	$\begin{cases} x = 5\ tetraedre \\ y = 3\ cuburi \end{cases}$	4p

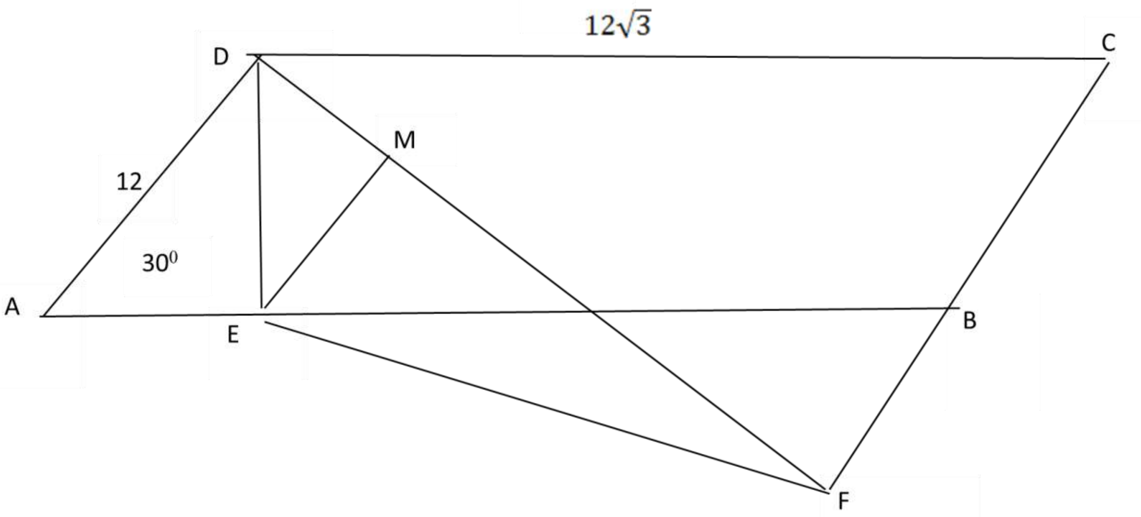
SUBIECTUL II.1

a)	$\lvert x\rvert < \sqrt{5} <=> -\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$	1p
	$(Cum\ x \in Z\ => x = \{-2,-1,0,1,2\} => A = \{-2,-1,0,1,2\}$	2p
	$\lvert x-2\rvert \le \sqrt{3} <=> -\sqrt{3} \le x-2 \le \sqrt{3}\rvert + 2\ <=>$	1p
	$-\sqrt{3}+2 \le x \le \sqrt{3}+2$	2p
	$cum\ x \in Z\ => x \in \{1,2,3\} => B = \{1,2,3\}$	2p
	$A \cup B = \{-2,-1,0,1,2,3\}$	1p
	$A \cap B = \{1,2\}$	1p
b)	$\frac{x-1}{x+2}+\frac{y+1}{y+3}+\frac{z+3}{z+5}=\frac{(x+2)-3}{x+2}+\frac{(y+3)-2}{y+3}+\frac{(z+5)-2}{z+5}=$	5p
	$=1-\frac{3}{x+2}+1-\frac{2}{y+3}+1-\frac{2}{z+5}=$	2p
	$=3-\left(\frac{3}{x+2}+\frac{2}{y+3}+\frac{2}{z+5}\right)=$	2p
	$=3-\frac{1}{3}=\frac{8}{3}$	1p

SUBIECTUL II.2

$(x-1)+\left(\frac{x+1}{2}-1\right)+\left(\frac{x+2}{3}-1\right)+\cdots+\left(\frac{x+9}{10}-1\right)=0$	5p
$(x-1)+\frac{x-1}{2}+\frac{x-1}{3}+\cdots+\frac{x-1}{10}=0$	2p
$(x-1)\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{10}\right)=0$	2p
$x-1=0\ => x=1$	1p

SUBIECTUL III



a)	$din\ \Delta AED, \sphericalangle E = 90^0 => \sphericalangle ADE = 60^0$	3p
	$ABCD\ paralelogram => \sphericalangle BAD = \sphericalangle BCD = 30^0$	3p
	$din\ \Delta DFC, \sphericalangle F = 90^0 => \sphericalangle FDC = 60^0$	3p
	$ABCD\ paralelogram => \sphericalangle ADC = 150^0$	3p
	$\sphericalangle ADC = \sphericalangle ADE + \sphericalangle EDF + \sphericalangle FDC =>> \sphericalangle EDF = 30^0$	3p
b)	$din\ \Delta\ AED\ (\sphericalangle E = 90^0) \Rightarrow conform\ T.\sphericalangle 30^0\ \ DE = \frac{AD}{2} = 6cm$	2p
	$din\ \Delta\ DFC\ (\sphericalangle F = 90^0) \Rightarrow conform\ T.\sphericalangle 30^0\ \ DF = \frac{DC}{2} = 6\sqrt{3}cm$	2p
	$construim\ EM \perp \mathrm{DF}, \mathrm{M} \in \mathrm{DF}$	3p
	$din\ \Delta\ EMD\ (\sphericalangle M = 90^0) \Rightarrow cos\sphericalangle EDM = \frac{DM}{DE} =>$	2p
	$cos30^0 = \frac{DM}{6} => DM = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}cm$	2p
	$MF = DM = 3\sqrt{3cm} => M\ este\ mijlocul\ lui\ DF$	1p
	$\hat{\imath}n\ \Delta DEF, EM\ median\breve{a}, EM\ \hat{\imath}n\breve{a}l\c{t}ime\ => \Delta DEF\ isoscel\ de\ baz\breve{a}\ DF =>$	2p
	EF=DE= 6cm	1p

Oficiu: 10p
Orice variantă corectă de rezolvare va fi punctată.